



SYSTÈMES DE BOSONS À UNE DIMENSION

C.PIGNOL¹ - P.VIGNOLO² - F.HÉBERT²

1. Master ondes, Atomes, Matière, Université côte d'Azur, Nice, France

2. Université côte d'Azur, CNRS, InPhyNi, Valbonne, France

Nous présentons l'étude générale des mélanges à deux espèces de bosons de cœur dur en une dimension avec répulsion de contact entre espèces modulable. Des résultats approchés issus de simulations DMRG (Density Matrix Renormalization Group) sont présentés ainsi que des résultats exacts. De part les rapprochements avec les systèmes de fermions, et au travers notamment des corrélations entre espèces, des valeurs des énergies, ou encore de la fraction de quasi condensat obtenue nous gagnons une meilleure compréhension de ces systèmes.

LE SYSTÈME

- Gaz de Tonks-Girardeau (Bosons de cœur dur, répulsion infinie pour la même espèce)
- 1D, anneau (principalement) ou chaîne ouverte
- Mélange espèces A et B de proportions variables
- Interaction répulsive inter-espèces de contact modulable

MODÈLE DE HUBBARD

Modèle modifié pour deux espèces. Hamiltonien adimensionné exprimé en seconde quantification

$$\langle H \rangle = \int_0^L dx_a dx_b \Psi^* \left(-\frac{\hbar^2}{2m_a} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_a^2} - \frac{\hbar^2}{2m_b} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_b^2} + g\delta(x_a - x_b)\Psi \right)$$

$$\langle H \rangle = \sum_i [-t_a(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_{i+1} + \hat{a}_i \hat{a}_{i+1}^\dagger - 2\hat{n}_{ai}) - t_b(\hat{b}_i^\dagger \hat{b}_{i+1} + \hat{b}_i \hat{b}_{i+1}^\dagger - 2\hat{n}_{bi}) + U\hat{n}_{ai}\hat{n}_{bi}]$$

$$t_a \text{ ou } b = \frac{1}{2\Delta^2} \text{ et } U = \frac{g}{\Delta}, (m_a = m_b = \hbar = 1)$$

g : force répulsive inter espèces, Δ : discrétisation

(2) MAPPING BOSONS DE COEUR DUR ET FERMIONS LIBRES

$$\begin{cases} \psi_B(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i < j} \text{sgn}(x_i - x_j) \psi_F(x_1, \dots, x_N) \\ \psi_B(x_1, \dots, x_N) = 0 \text{ si } x_i = x_j \end{cases} \quad \text{Slater}$$

ÉNERGIES ET CORRELATIONS EXACTES

• Energies de Fermi : $E_F = \frac{\pi^2 \alpha}{2l^2} \begin{cases} \alpha = 2n + 1, \text{ anneau} \\ \alpha = 2n, \text{ chaîne ouverte} \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$

- Pour les bosons : Hypothèse de Volosniev

$$\psi_B(x_1, \dots, x_N) = \sum_{P \in \sigma_N} a_P \theta(x_{P1}, \dots, x_{PN}) \psi_F(x_1, \dots, x_N)$$

Groupe des permutations (ex: ABBABB ...etc) Configuration

- Levée de dégénérescence via la méthode perturbative :

$$(3) \begin{cases} E(\frac{1}{g_{1D}}) = +\infty E_F + \frac{1}{g_{1D}}(-K) + o(\frac{1}{g_{1D}}) \\ K = g_{1D}^2 \frac{\partial E}{\partial g_{1D}} = \sum_{P, Q \in \sigma_N} (a_P - a_Q)^2 \alpha_{(P, Q)=k} \\ \alpha_k = \int dx_1 \dots dx_N \theta(\dots) \delta(x_k - x_{k+1}) \left| \frac{\partial \psi_F}{\partial x_k} \right|^2 \end{cases}$$

- Pour trouver chaque coefficient a_P , résoudre pour chaque configuration correspondant à une permutation P :

$$(4) \frac{\partial K}{\partial a_P} = 0 \iff \text{construire } V \text{ tel que } V\vec{a} = K\vec{a}$$

Les coefficients des vecteurs propres (les a_P) plus l'analyse des configurations vont donner les corrélations.

(5) NOMBRE DE BOSONS N(K) DANS UN ETAT K

One body density matrix ρ :

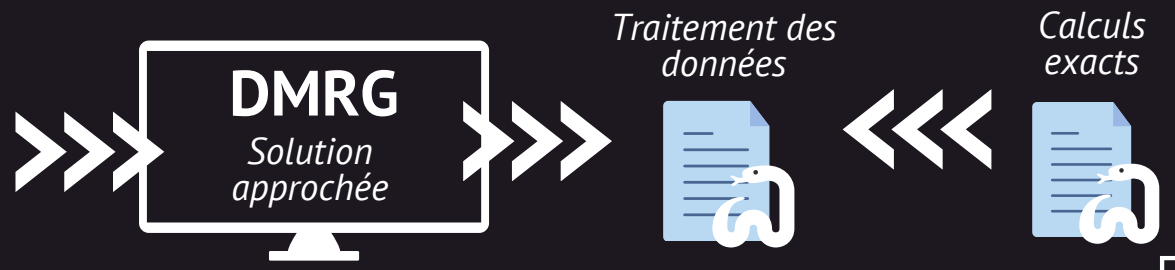
$$\rho(x, x') = N \int_0^L dx_2, \dots, dx_N \psi_B(x, x_2, \dots, x_N) \psi_B^*(x', x_2, \dots, x_N)$$

$$n_N(k) = \int_0^L dy \rho(y) e^{-\frac{2\pi x k i}{L}}, y = x - x'$$

$$n_N(k=0) \approx 1.54269\sqrt{N} \quad \text{Pour } N \gg \text{densité}$$

SIMULATIONS (1)

- Paramètres : Nombres de bosons A et B, U...etc
- Mesures : corrélations, Green, densité, opérateurs ...



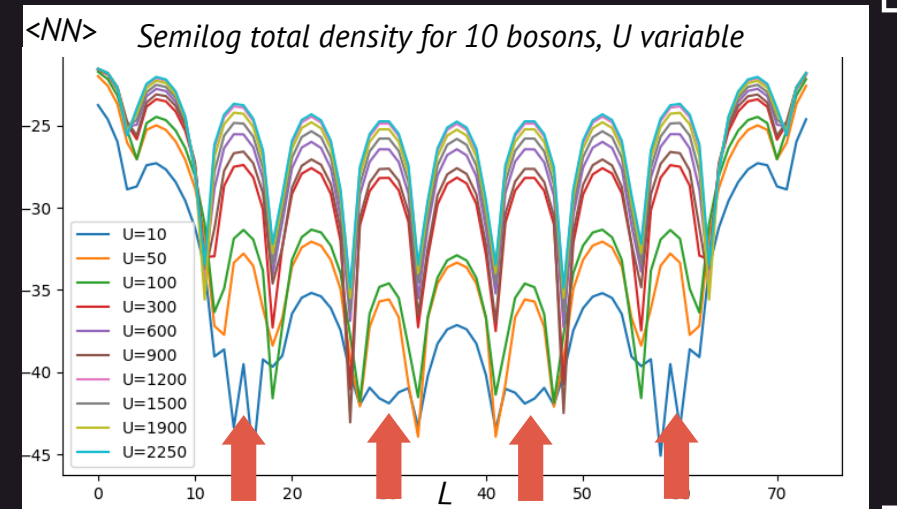
DENSITÉ TOTALE ET FERMIONISATION (2)

Observation d'un changement du motif d'oscillation à partir d'une interaction répulsive $g \sim 6 \leftrightarrow U \sim 45$ traduisant la fermionisation du système, quelque soit le nombre de particules.

$$\langle NN \rangle = \langle N(0)N(L) \rangle \quad (L \text{ position dans la chaîne})$$

$$= \langle [N_a(0) + N_b(0)][N_a(L) + N_b(L)] \rangle$$

$$= \langle N_a N_a \rangle + \langle N_b N_b \rangle + 2\langle N_a N_b \rangle$$



COHÉRENCE DE PHASE

Opérateur boson-trou : $\langle BH \rangle = \langle \hat{b}^\dagger(0)\hat{a}(0)\hat{b}^\dagger(L)\hat{a}(L) \rangle$

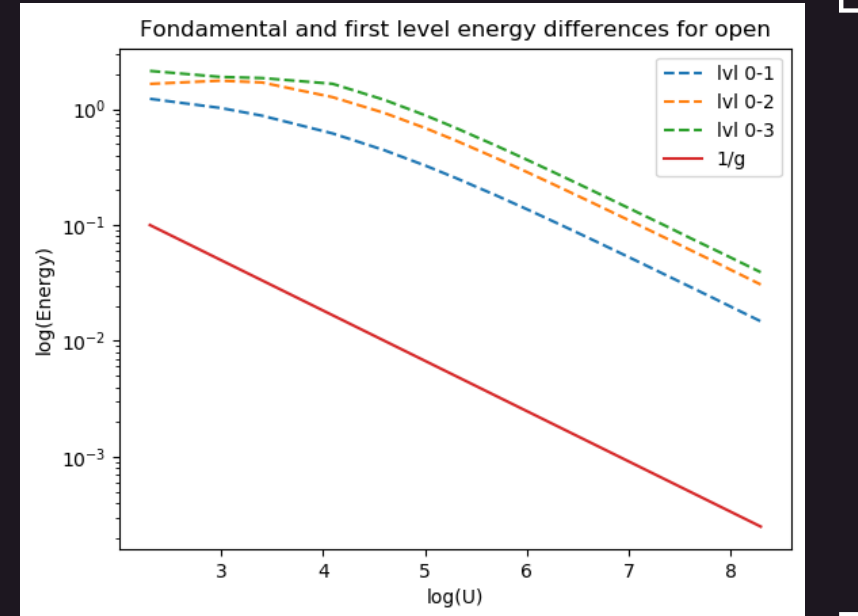
Boson -paire : $\langle BP \rangle = \langle \hat{b}^\dagger(0)\hat{a}^\dagger(0)\hat{b}^\dagger(L)\hat{a}^\dagger(L) \rangle$

Et Green² : $\langle G \rangle^2 = \langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle^2$

- Pour $g=0$, $\langle BH \rangle = \langle G \rangle^2 \Rightarrow$ pas de corrélations
- Pour g élevé, $\langle BH \rangle \gg \langle G \rangle^2 \Rightarrow$ fortes corrélations
- Quelque soit $g \Rightarrow$ boson - paire quasi nul

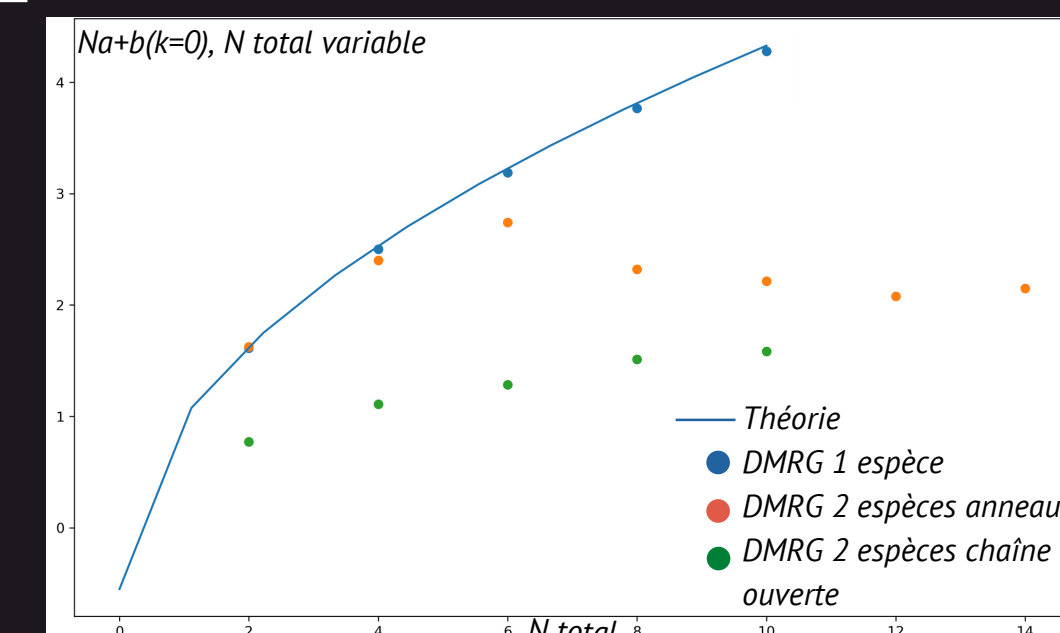
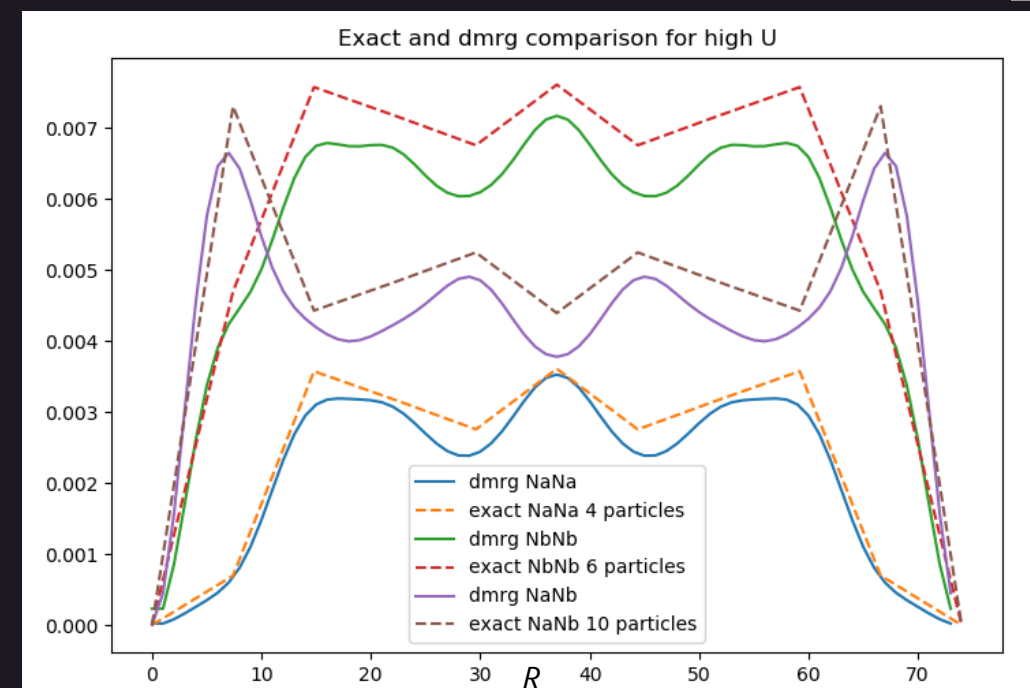
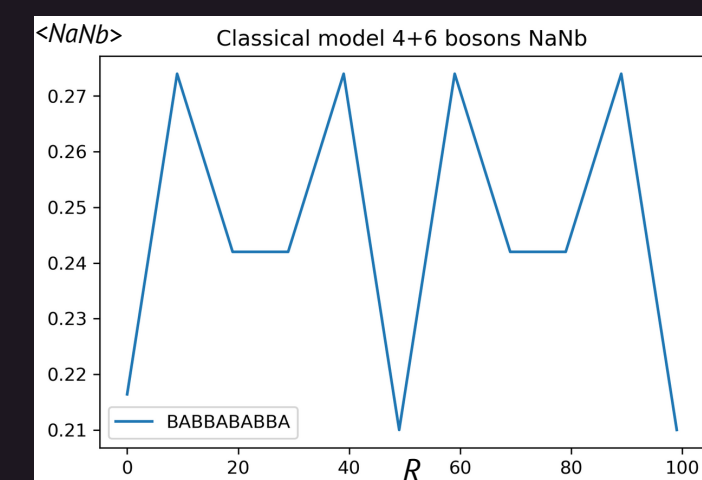
ÉNERGIES (3)

- 4 particules, 2 espèce A et 2 espèce B
- Niveaux : Fondamental + 3 excités
- Energies DMRG égales aux exactes pour la chaîne ouverte, plus approximatif pour l'anneau
- Les énergies tendent bien vers l'énergie de Fermi lorsque g augmente
- On observe bien une quasi dégénérescence des niveaux d'énergie (6 niveaux de prévu, car 6 configurations possibles pour 4 particules indiscernables)



CORRÉLATIONS (4)

Comparaison des modèles classiques, DMRG et exacts pour 10 particules, A=4 et B=6



(5) QUASI CONDENSAT

- Résultats de DMRG concordant avec la théorie pour une espèce, ou deux espèce non réparties à 50-50.
- Cas particulier pour le cas A=50% et B=50% de particules. Non expliqué par la théorie !

Références

Quasi-one dimensional strongly interacting quantum gases, thèse, Anna Minguzzi, 2011
Symétries et corrélations dans les gaz quantiques fortement interagissants à une dimension, thèse, Jean Decamp, 2018

Perspectives

Simulations à plus grand nombre de particules
Etude plus approfondie des mélanges d'un nombre total impair de particules
Calcul exact des énergies pour un plus grand nombre de particules

