

Vitesse critique de superfluidité dans un milieu désordonné



Lucas Sarrazin (Master OAM, Nice), Mathias Albert, et Juliette Huynh (INPHYNI, Nice)



UNIVERSITÉ
CÔTE D'AZUR

Résumé

L'écoulement d'un fluide quantique s'effectue sans perturbation en présence d'obstacle si le mouvement se déroule en dessous d'une certaine vitesse, appelée vitesse critique de superfluidité. Ce critère est traité numériquement à une dimension lorsque le superfluide traverse un obstacle désordonné lentement variable $L \geq l_c \gg \xi$. En particulier, nous arrivons à décrire exactement la dynamique du superfluide dans un tel milieu en utilisant la statistique des valeurs maximales du désordre.

I - Vitesse critique de superfluidité

La superfluidité donne la capacité à un fluide quantique de s'écouler au travers d'un obstacle sans perte d'énergie cinétique. Ce phénomène apparaît en dessous d'une certaine vitesse d'écoulement, appelé vitesse critique de superfluidité v_c .

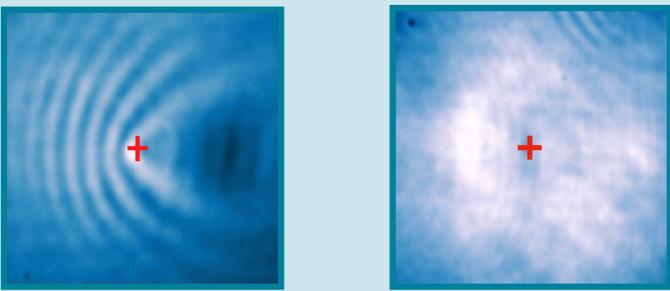


Figure 1: Effet Čerenkov : $v \gg v_c$ (gauche); Écoulement non-perturbé : $v < v_c$ (droite). [Michel *et al.*, Nat. Commun. (2018)]

Critère de Landau : $v_c = \min_p \frac{\epsilon_p}{p}$ Ce critère élargi à des obstacles désordonnés : ce poster.

II - Modélisation du système

Le système est décrit par l'équation de Gross-Pitaevskii :

$$i\hbar\partial_t\Psi(x,t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2 + U(x) + g[|\Psi|^2] \right] \Psi(x,t) \quad (1)$$

où $g|\Psi|^2$ décrit l'interaction qui apparaît au sein du superfluide. Avec quelques hypothèses, l'équation (1) peut être ramenée à une seule équation adimensionnée pour la densité :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial_x^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} + \frac{v_\infty^2}{2} \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) + 1 - \rho = U(x) \quad (2)$$

La vitesse critique de superfluidité v_c est définie par la valeur de $v_\infty < c_\infty$ telle qu'il n'y plus de solution pour l'équation stationnaire (3).

III - Approximation hydraulique

Dans le cas d'un obstacle de largeur $\sigma \gg \xi$, le potentiel peut être supposé plat donc les dérivées spatiales sont nulles. En effectuant un développement limité à l'ordre 0 et en remplaçant ρ_0^* par $v_c^{2/3}$, on obtient :

$$U_0 = \frac{v_{c,0}^2}{2} - \frac{3}{2}v_{c,0}^{2/3} + 1 \quad (3)$$

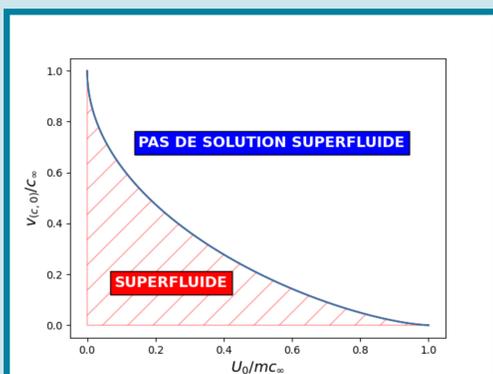


Figure 2: Profil de la vitesse critique de superfluidité en fonction de la hauteur maximale de l'obstacle dans l'approche hydraulique.

IV - Loi statistique de Gumble

Un désordre dont la distribution est de la forme :

$$p(x) = Ae^{-x^\alpha}, \quad \alpha > 0 \quad (4)$$

possède des maximums d'intensité qui suivent la loi probabiliste de Gumble :

$$\mathcal{F}_N(y) \approx e^{-(y^\alpha - \ln(N))}, \quad N \gg 1 \quad (5)$$

où y est le maximum du désordre.

V - Obstacle utilisé : Speckle

Le désordre que nous allons modéliser est un potentiel de tavelure (Speckle) qui est décrit par l_c sa longueur de corrélation, L sa largeur totale et U_0 la valeur moyenne du potentiel. On peut montrer que la statistique de Gumble s'applique à cet objet si $l_c \gg \xi$.

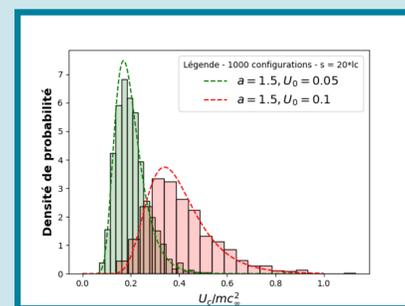


Figure 3: Histogramme des valeurs maximales du speckle pour deux valeurs de U_0 . Les courbes en pointillés proviennent de la loi de Gumble appliquée à la distribution du speckle $p(x) = e^{-U/U_0}/U_0$.

VI - Application : Obstacle désordonné

Dans le cas d'un obstacle désordonné, la vitesse critique devient une variable aléatoire. On montre une corrélation parfaite entre l'approche hydraulique et la statistique des valeurs maximales du speckle. En utilisant un algorithme de relaxation basé sur le système dynamique :

$$\partial_t \rho = \frac{1}{2} \frac{\partial_x^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} + \frac{v_\infty^2}{2} \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) + 1 - \rho - U(x) \quad (6)$$

on peut tracer le profil de vitesse critique superfluide dans le cas d'un speckle lentement variable, *i.e.* $L \geq l_c \gg \xi$, pour une valeur de U_0 .

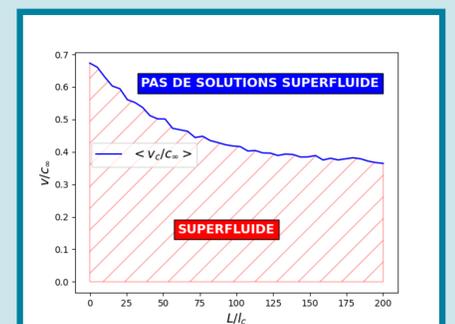
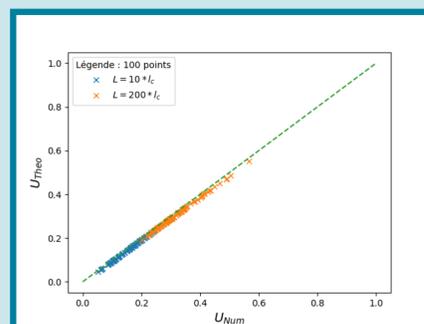


Figure 4: Figure de corrélation entre les maximums de potentiel speckle et gaussien ; $f(x) = x$ est tracé en pointillé (gauche); Profil moyen de la vitesse critique pour un processus de relaxation appliqué à 100 configurations de désordre avec $U_0 = 0.05$ (droite).

Perspective : Étudier le cas où l'approximation hydraulique ne fonctionne plus, *i.e.* $l_c \ll \xi$.